UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO EN CAYEY
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA–FÍSICA
OLIMPIADA DE PRECÁLCULO 2003

Número: ____________________

Instrucciones:

1. La resolución DEBE INCLUIR todos los procedimientos para obtener la solución. Problemas donde no aparezca el procedimiento, podrán no acreditarse. Cualquier explicación verbal que aclare su solución debería ser incluida.

2. Se autoriza el uso de calculadoras electrónicas del tipo TI–83, TI–85 o TI–86 o equivalentes. No se autoriza el uso de calculadoras del tipo TI–89, TI–92 o equivalentes.

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
Total	

1. Hallar la solución o soluciones de la siguiente ecuación:
$$\frac{a-x}{a} - \frac{b-x}{b} = \frac{2(a-b)}{ab}.$$
2. Una línea con pendiente $-2/3$ tiene su punto más cercano al origen en el primer cuadrante; si la distancia de ese punto al origen es cinco, ¿cuál es una ecuación de la línea?
3. Sea T un triángulo con vértices $A = (3, 2)$, $B = (6, -2)$ y $C = (2, 6)$. ¿Qué porcentaje del área total del triángulo tiene la parte del mismo que se halla por debajo del eje de x?
4. Una maquinaria en un industria tiene su valor depreciado de manera lineal. Si su valor para el año 1998 era de \$250,000 dólares y para el año 2002 era de \$150,000. ¿Cuándo tendrá un valor de \$75,000?
5. Sea $f(x) = x^{2003} - 2x^{2002} + 2003x^3 - 2003x^2$ ¿Cuál es el valor de $f(2)$?
6. Sea f una función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ tal que $f(x-2) = 3x^2 - 17x + 28$. Hallar $f(x+2)$.
7. Hallar n tal que:
$$\frac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{2+4+6+\ldots+2n} = \frac{2003}{2004}$$
8. Las líneas ℓ y m son simétricas respecto a la línea $y = x$. Hallar la ecuación de m sabiendo que una ecuación de ℓ es $y = ax + b$.
9. Sea $f(x) = ax^9 + bx^7 + cx^3 + dx + 8$. Hallar $f(9)$ sabiendo que $f(-9) = 12$.
10. Una hormiga parte del origen y se mueve rectilíneamente hasta $(1, 0)$, para subir a continuación rectilíneamente hasta $(1, 1)$, donde continúa rectilíneamente hasta $(-1, 1)$, de donde baja rectílineamente hasta $(-1, -1)$. De ahí sigue a $(2, -1)$, para subir luego a $(2, 2)$, y moverse a $(-2, 2)$, de ahí a $(-2, -2)$, luego a $(3, -2)$ y de ahi a $(3, 3)$ .... Si continua de esta manera, hasta llegar al punto $(0, 100)$, ¿que distancia ha recorrido? Suponga que la distancia del origen a $(1, 0)$ es 1 cm.