

**UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO EN CAYEY**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA-FÍSICA**  
**XXV OLIMPIADAS DE CÁLCULO**

Número: \_\_\_\_\_

Instrucciones:

1. La resolución incluye los procedimientos para obtener la misma. Problemas donde no aparezca el procedimiento, podrán no acreditarse. Cualquier explicación verbal que aclare su solución debería ser incluida.
  2. Se autoriza el uso de calculadoras electrónicas del tipo TI-8x o equivalentes. No se autoriza el uso de calculadoras del tipo TI-92 o equivalentes.
- 

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
Total	

1.  $I = \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x}}$ .

2. Probar que la función  $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}}$  no tiene ni máximos ni mínimos locales.

3. Hallar el valor de  $a$  positivo tal que

$$\int_{-a}^a \sqrt{a+|x|} dx \approx 171$$

4. Probar que punto medio del segmento de la tangente a la hipérbola  $y = \frac{10}{x}$  que está contenido entre los ejes de coordenadas, coincide con el punto de tangencia.

$$5. I = \int \frac{dx}{1+e^x} =$$

6. Evaluar  $I = \int_1^{\infty} \frac{(-1)^{u(x)+1}}{2^{u(x)-1}} dx$ , donde  $u(x)$  es la parte entera de  $x$ , o sea, el mayor número entero menor o igual a  $x$ .

$$7. L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (\sin(t) - t) dx}{x^4} = .$$

8. Probar que:

$$\int \frac{x^n}{\sqrt{ax+b}} dx = \frac{2}{(2n+1)a} \left( x^n \sqrt{ax+b} - nb \int \frac{x^{n-1}}{\sqrt{ax+b}} dx \right)$$

9. Hallar  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \frac{2i}{n} + \left(\frac{2i}{n}\right)^2 \right] \frac{2}{n}$ .

10. Hallar una fórmula para el valor de la suma

$$1 + 2x + 3x^2 + \cdots + nx^{n-1}$$